



*Instituto de Investigaciones Socio Económicas*

Documento de Trabajo No. 14/10  
Octubre 2010

**Análisis y Pronóstico de la Demanda de Potencia  
Eléctrica en Bolivia: Una Aplicación de Redes Neuronales**

*por:*  
*Gimmy Nardó Sanjinés Tudela*  
*y Javier Aliaga Lordemann*

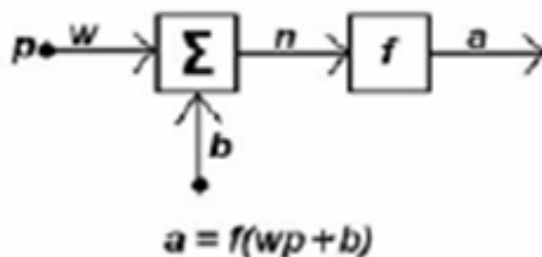
## Análisis y Pronóstico de la Demanda de Potencia Eléctrica en Bolivia

### Introducción

Basados en la eficiencia de los procesos llevados a cabo por el cerebro, e inspirados en su funcionamiento, varios investigadores han desarrollado desde hace más de 30 años la teoría de las Redes Neuronales Artificiales (**RNA**), las cuales emulan las redes neuronales biológicas, y que se han utilizado para aprender estrategias de solución basadas en ejemplos de comportamiento típico de patrones; estos sistemas no requieren que la tarea a ejecutar se programe, ellos generalizan y aprenden de la experiencia.

La neurona artificial es un modelo matemático inspirado en la neurona biológica. Las redes neuronales artificiales son modelos que intentan reproducir el comportamiento del cerebro. El modelamiento de la neurona biológica es relativamente sencillo. Se compone de una entrada  $p$ , un valor de peso  $w$ , un bias  $b$  (*este valor tiene como justificación, el permitir que la neurona artificial mueva su frontera de decisión, que es una recta, de tal forma que no pase por el origen*), una función de suma  $\Sigma$ , una función de activación  $f$  y una salida  $a$ :

Figura 1. Esquema de la Neurona Artificial



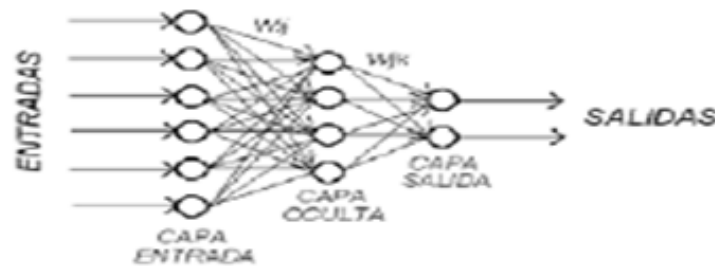
La *figura 1* muestra la representación de una neurona artificial, muchas de estas neuronas interconectadas forman una red neuronal. Se aprecia que la única entrada del exterior es  $p$ , el cual se multiplica con un valor específico de cada neurona  $w$  (peso); estos son llevados a una **sumatoria** con otro valor propio de la neurona denominado  $b$ . El valor resultante se lleva a través de  $f$  (*función de activación o de transferencia*), de donde sale el valor resultante que es transmitido a la siguiente neurona ó al exterior.

De acuerdo al número y a la distribución de las neuronas artificiales, ellas conforman capas o niveles. Capa o nivel se conoce al conjunto de neuronas cuyas entradas provienen de la misma fuente (*que puede ser otra capa de neuronas*) y cuyas salidas se dirigen al mismo destino (*que puede ser otra capa de neuronas*).

Una red neuronal artificial es la interconexión de varias neuronas. La *figura 2*, muestra una red neuronal estructurada en capas; es una de las cuantas estructuras en la cual se pueden asociar las neuronas. En este sentido, los parámetros fundamentales de la red son: el número de capas, el número de neuronas por capa, el tipo y número de conexiones entre neuronas. No existe un método o regla que determine el número óptimo de neuronas ocultas para resolver un problema dado, generalmente se determinan por prueba y error, es decir

partiendo de una arquitectura ya entrenada, se realizan cambios aumentando y disminuyendo el número de neuronas ocultas y el número de capas hasta conseguir la arquitectura que se ajuste a la solución del problema.

**Figura 2. Red Neuronal Multicapa Típica**



Luego de conformar el esquema de la red neuronal, se procede a la etapa de aprendizaje de la red. El aprendizaje es el proceso por el cual una Red Neuronal modifica sus pesos en respuesta a una información de entrada. Los cambios que se producen durante el proceso de aprendizaje se reducen a la destrucción, modificación y creación de conexiones entre las neuronas. En el caso de las Redes Neuronales Artificiales, se puede considerar que el conocimiento se encuentra representado en los pesos de las conexiones. En realidad puede decirse que se aprende modificando los valores de los pesos de la red. Durante el proceso de aprendizaje, los pesos de las conexiones de la red sufren modificaciones, por tanto se puede afirmar que este proceso ha terminado (*la red ha aprendido*) cuando los valores de los pesos permanecen estables. En forma general, se consideran dos tipos de aprendizaje: Supervisado y no supervisado. La diferencia fundamental entre ambos tipos estriba en la existencia, o no, de un agente externo (*supervisor*) que controle el proceso de aprendizaje de la red.

Por lo general las redes neuronales aprenden por medio de ejemplos, los cuales comúnmente se presentan a la red en patrones de entrada y salida. El objetivo del aprendizaje o entrenamiento de la red, es ajustar los parámetros de la red, pesos y umbrales, con el fin de que las entradas presentadas produzcan las salidas deseadas, es decir con el fin de minimizar la función de error.

De manera formal, existen dos categorías de algoritmos de aprendizaje: el Descenso por gradiente, y técnicas de entrenamiento de segundo orden (Gradiente Conjugado, Levenberg-Marquardt -LM). Todos los algoritmos parten de una condición inicial  $x_0$  y luego se modifican por etapas de acuerdo con:

$$x_{k+1} = x_k + \alpha p_k$$

donde  $p_k$  representa una dirección de búsqueda y el escalar positivo  $\alpha$  es la tasa de aprendizaje, que determina la longitud del paso. El entrenamiento finaliza cuando una de las siguientes condiciones se presenta:

- Cuando se ha alcanzado la cantidad máxima de iteraciones.
- Cuando se ha alcanzado el error final deseado.
- La ejecución del gradiente alcanza un valor por debajo del mínimo gradiente.

Las RNA se han empleado para resolver numerosos problemas. Entre estos, los económicos y financieros, destacando en gran medida su aplicación en la predicción de series temporales y su capacidad para detectar y explotar la no-linealidad existente en los datos, aun

en condiciones donde existen datos incompletos o la presencia de ruido; también se destacan por su desempeño en la solución de problemas complejos, donde el reconocimiento de modelos o comportamientos es importante. Su uso resulta especialmente útil en la modelización de aquellos fenómenos complejos donde la presencia de relaciones no lineales entre las variables es habitual. La aplicación de este tipo de técnicas en el terreno de la Economía ha proporcionado interesantes resultados, sobre todo en los campos de la Teoría Económica y la Econometría. La gran aportación de esta metodología consiste precisamente en la eliminación de la hipótesis reduccionista de linealidad que ha venido dominando el análisis económico a lo largo de su historia. Si bien dicha hipótesis simplificadora ha permitido formular modelos matemáticos con los que explicar el fenómeno económico, al no contemplar la no-linealidad inherente a los sistemas económicos, dichos modelos ofrecían una visión parcial de la realidad, Granger (1991), Shachmurove (2000). Desde el punto de vista de la econometría, principal herramienta de análisis y validación con la que cuenta el economista, no podemos olvidar que una de las hipótesis fundamentales sobre las que se construye el ya clásico *Modelo Lineal Básico* es, como su propio nombre indica, la linealidad de las ecuaciones. El empleo de técnicas econométricas sustentadas en una falsa linealidad ha conducido a la especificación de modelos incompletos, los cuales mostraban sus carencias al enfrentarse a fenómenos de dinámicas no-lineales.

Con el presente documento pretendemos explorar la capacidad de las Redes Neuronales Artificiales como instrumento de modelización y predicción económica, poniendo de relieve la superioridad mostrada por las mismas en el modelado de los fenómenos no-lineales. Para ello confeccionaremos un sencillo modelo neuronal que sea capaz ajustar una curva de carga para posteriormente tratar de emplear este modelo en la predicción horaria de la demanda eléctrica.

## **Antecedentes**

Debido a que la electricidad es un insumo fundamental para llevar a cabo actividades productivas y de consumo de los distintos sectores, el Sector Eléctrico es de gran importancia en el funcionamiento de toda Economía. La provisión de tal recurso debe ser continua y de calidad requerida, ya que la interrupción en el suministro de energía eléctrica acarrearía significativas pérdidas al sector de la producción de bienes y servicios con sus consecuencias a nivel agregado. De lo anteriormente mencionado concluimos que es de gran interés y responsabilidad, tanto para las autoridades regulatorias como para empresas involucradas, que el manejo del recurso sea eficiente.

Dentro del sistema organizativo de objetivos, procedimientos e instituciones desde las cuales se administra el Sector Eléctrico, destacan por su importancia las actividades de planeación, asignación y minimización de costos. Estos necesarios para lograr un uso racional del recurso buscando la sustentabilidad (García, A. 2010).

La planeación, como pilar fundamental, involucra generalmente el pronóstico del nivel de demanda como base para la oferta del sistema y para la creación de normas operativas, logrando de esta manera el óptimo desempeño del sistema. De manera indirecta se busca que los usuarios finales del recurso adquieran conciencia social y educación en cuanto al aprovechamiento de la electricidad.

La institución estatal responsable de coordinar la operación de la Generación, Transmisión y Expansión Óptima del Sistema Interconectado Nacional, de realizar el Despacho de Carga a costo mínimo y de la Administración del Mercado Eléctrico Mayorista

de acuerdo con los lineamientos del Ministerio de Hidrocarburos y Energía, es el Comité Nacional de Despacho de Carga (CNDC)

El CNDC fue creado por la Ley N° 1604 (Ley de Electricidad) del 21 de diciembre de 1994. Es una persona jurídica pública, no estatal y sin fines de lucro; su domicilio legal es la ciudad de Cochabamba. Sus actividades, que se desarrollan desde febrero de 1996, estuvieron supervisadas por la Superintendencia de Electricidad hasta Abril de 2009, a partir de esa fecha se encuentra bajo la supervisión de la Autoridad de Fiscalización-Control Social, y del Ministerio de Hidrocarburos y Energía.

Para alcanzar el propósito de minimización de costos en su actividad de distribución de energía, el CNDC requiere de instrumentos que le permitan lograr pronósticos insesgados y de mínima varianza en intervalos de horas. Estos pronósticos viabilizarán reunir información, de las empresas generadoras de energía, acerca del requerimiento de la tensión necesaria en sus redes para satisfacer la demanda de los centros urbanos y productivos.

Con base en lo anteriormente expresado el objetivo de la presente investigación es proveer de métodos e instrumentos que posibiliten describir el patrón de comportamiento de la demanda y finalmente el pronóstico de la misma.

## **1. Pronóstico de Potencia eléctrica**

El pronóstico de la demanda de potencia o carga es fundamental en cualquier problema de toma de decisiones sobre un sistema eléctrico, por tanto, es una de las actividades básicas en la planificación. Para estudios de planeamiento de largo plazo, el pronóstico de demanda debe considerar horizontes que pueden variar entre cinco a veinticinco años, dependiendo del horizonte de planeamiento y puede abarcar un área geográfica de escala local o nacional. La determinación del área geográfica depende del requerimiento de planeación en los diferentes sectores de generación, transmisión o distribución. Así mismo, el pronóstico de demanda puede referirse a la potencia pico, a la energía total demandada o al comportamiento de la curva de carga (García, D. & Cabrera, A. 2003).

En el presente trabajo, la demanda de potencia de corto plazo se refiere a la curva de carga diaria o demanda de potencia horaria, a través de la cual se pretende realizar proyecciones a nivel nacional. El pronóstico en el corto plazo de la potencia tiene como objetivo lograr un manejo eficiente del sistema eléctrico y asegurar la operatividad del mismo optimizando el despacho económico horario.

El despacho económico de carga es una de las actividades técnicas más importantes dentro del sistema en el que opera el Mercado Eléctrico Mayorista, el cual debe garantizar el suministro de energía, maximizar la seguridad del Sistema Interconectado Nacional, y minimizar los precios mayoristas en el mercado horario de energía. Para ello el CNDC elabora un plan de despacho, en el que determina asignar la producción a aquellos generadores más económicos, según la declaración de costos que estos realizan a la mencionada institución. Asimismo, dada la naturaleza de la energía eléctrica, ésta debe ser producida en el preciso momento en que es requerida, por lo que se debe hacer un seguimiento continuo llamado operación en tiempo real que tiene como finalidad verificar el cumplimiento del programa de despacho y tomar de manera inmediata las acciones necesarias para afrontar las desviaciones que surgen respecto del mismo, tales como el aumento o disminución de la demanda de energía.

Para llevar a cabo el despacho económico horario, las empresas distribuidoras y comercializadoras de energía deben proporcionar al CNDC el pronóstico de la demanda de

potencia diaria de la región a la cual suministran el servicio. Una vez recibidos los pronósticos de demanda y oferta de potencia del país para cada una de las horas del día, el CNDC se encarga de elaborar el programa horario de generación de los recursos del sistema interconectado bajo los criterios de eficiencia económica y técnica.

En Tabla 1 se muestra la participación de las empresas en la satisfacción de la demanda por potencia eléctrica, tomando en cuenta las empresas reguladas y no reguladas.

**Tabla 1. Empresas y su Participación en el Mercado**

Empresa	Promedio / Hora	%
CRE - Santa Cruz	229.11	35.60
ELECTROPAZ - La Paz	153.62	23.87
ELFEC - Cochabamba	101.54	15.78
ELFEC - Chimoré	4.24	0.66
ELFEO - Oruro	29.66	4.61
ELFEO - Catavi	9.35	1.45
CESSA - Sucre	22.01	3.42
SEPSA - Potosí	23.85	3.70
SEPSA - Punutuma	3.73	0.58
SEPSA - Atocha	6.58	1.02
SEPSA - Don Diego	1.97	0.31
SAN CRISTOBAL - C. No Reg.	42.37	6.58
Otros - C. No Regulados	14.24	2.21
Varios (1)	1.39	0.22
<b>TOTAL</b>	<b>643.66</b>	

Fuente: Elaboración propia en base a datos del CNDC. En base a la descripción de la problemática abordada, procedemos a exponer la metodología utilizada y secuencia de aplicación, dentro los siguientes acápite.

## 2. Planteamiento Metodológico

La presente investigación comprende la realización de las siguientes fases o etapas para el logro del objetivo:

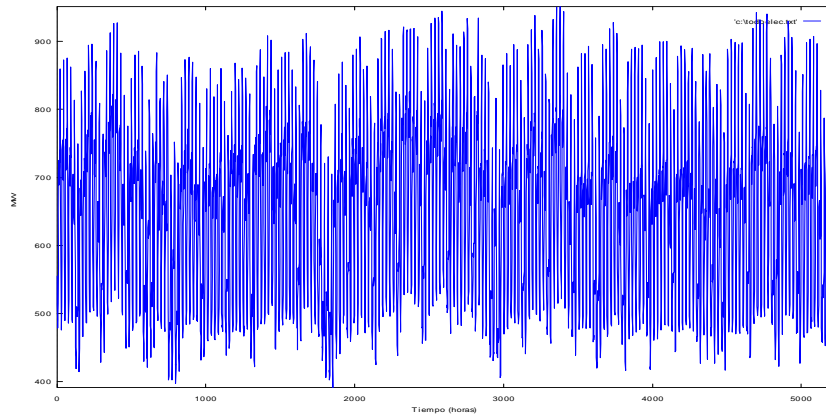
- Acopio de los datos y sistematización
- Análisis espectral e interpretación de resultados
- Modelado lineal y análisis de resultados
- Diagnóstico de no linealidad
- Modelado no lineal y análisis de resultados
- Estructuración y entrenamiento de la red neural artificial
- Diagnóstico del mejor experto y pronóstico
- Análisis de resultados

## 3. Análisis, Modelado y Pronóstico de la Potencia Demandada (Horas-Día)

Graficar, observar y analizar el comportamiento de los datos es la primera y más importante herramienta en el análisis de series de tiempo. Esto permite comprender la complejidad de la

evolución a modelar. Por ésta razón iniciamos el estudio graficando (Figura 3) los 5204 datos horarios que conforman la serie real del comportamiento de la demanda de potencia total, expresada en MW, que las diferentes empresas abastecieron entre los meses de Diciembre 2009 y Julio 2010.

**Figura 3**  
**Demanda de Potencia con Datos Horarios (Mw)**  
**Del 1° de Diciembre 2009 al 6 de Julio 2010**



Fuente: Comité Nacional de Despacho de Carga

Para examinar el comportamiento diario de la demanda, utilizamos el análisis espectral que comprende dos fases. En la primera evaluamos los datos mediante la transformada de Fourier y en la segunda mediante modelos no lineales armónicos. El objetivo es comprobar la existencia de ciclos y/o estacionalidades al interior de la serie. Así también, se puede afirmar que cada hora se incrementa, en promedio, un 0.002 MW la demanda de potencia.

La transformada de Fourier permite obtener la representación espectral de frecuencias de una función, consiste en transformar los datos del espacio del tiempo al espacio de las frecuencias resultado que demuestra la existencia de periodicidades o patrones periódicos.

En otras palabras, se trata de muestrear la función cuya transformada se desea conocer, para que el intervalo del muestreo nos defina la longitud de onda de Nyquist, de tal modo que ésta última sea resultado de una estimación de la máxima frecuencia existente en la función buscada.

La estimación empírica de la transformada de Fourier se realiza utilizando las siguientes ecuaciones:

*Función par:* Sea  $f(x)$  una función par, la transformada de Fourier es:

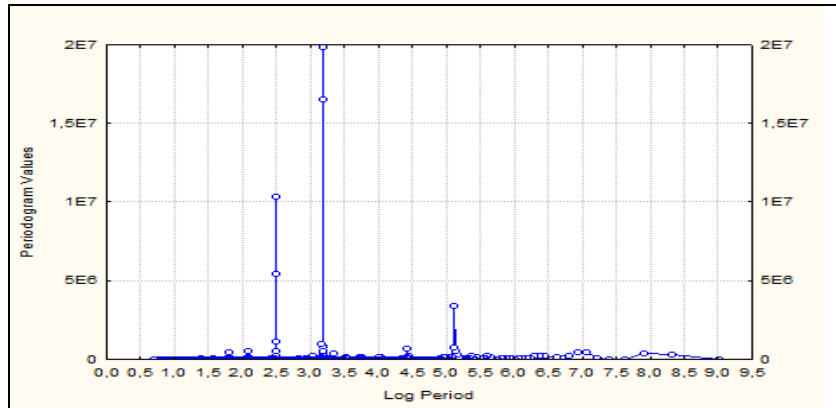
$$F(\eta) = \sum_{k=0}^{N-1} f(k) \cos\left(\frac{2\pi\eta k}{N}\right)$$

*Función Impar:* La función buscada  $F(\eta)$  es imaginaria y está dada por:

$$I_m[F(\eta)] = - \sum_{k=0}^{N-1} f(k) \cos\left(\frac{2\pi\eta k}{N}\right)$$

La aplicación de la mencionada transformación se muestra en la figura 4.

**Figura 4**  
**Transformada de Fourier**



Fuente: Elaboración Propia

Con base en los resultados obtenidos que podemos observar en la figura 2, afirmamos que la demanda de potencia, analizada con datos horarios, muestra un comportamiento estacional con por lo menos dos periodicidades diarias y al menos una semanal. Es decir, existen al interior de la serie frecuencias significativas correspondientes a las 10 horas, 20 horas y 168 horas. Las primeras dos se deben a que existen dos o más armónicas inmersas durante las 24 horas de demanda de potencia y la tercera corresponde a la existencia de al menos un ciclo semanal en el patrón de consumo.

Con los resultados obtenidos se procede a representar los patrones cíclicos mediante modelos no lineales armónicos.

El análisis armónico corresponde al modelado no lineal con base a la composición de funciones senoidales y cosenoidales como se expresa de manera formal en la siguiente ecuación:

$$f(x) = A_0 + \sum_{j=1}^H A_j \cos(j * x - \beta_j)$$

Donde :

$$0 < x < 2\pi$$

$H$ : número máximo de armónicas

$A_j$ : Amplitud  $j$

$B_j$ : Fase  $j$

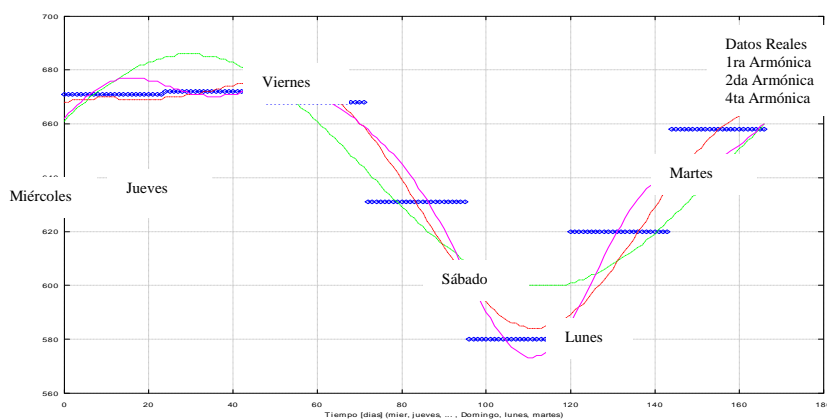
El modelo generado para los datos promediados diarios (de martes a lunes) se muestra a continuación junto a la comparación gráfica entre los datos reales y los estimados por el modelo de la **figura 5**.

$$H(t) = \frac{12826}{2} + 4313 \cos(t - 1.12) + 1545 \cos(2t - 5.15) + 762 \cos(3t - 2.58) + 427 \cos(4t - 1.42)$$

Con los resultados obtenidos podemos construir un modelo con segunda armónica en base a datos semanales promediados. El modelo muestra un consumo máximo los días miércoles, jueves, viernes y un mínimo el día domingo. Lo cual podemos verificar en razón de la existencia de una primera amplitud de 43.13 y una segunda 15.45 con un desfase de -1 y -5.02.



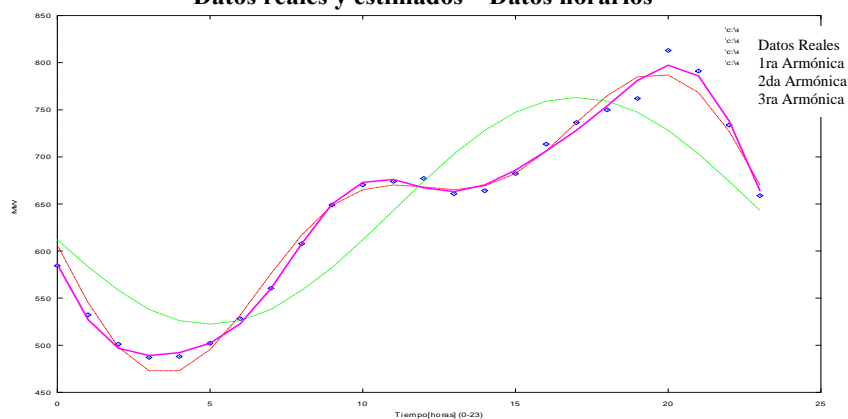
**Figura 5**  
**Datos reales y estimados – Datos diarios**



Realizando el mismo análisis para los datos de demanda de potencia hora-día, se afirma que, en promedio, la mínima demanda se localiza entre las 3 y 4 de la mañana, la máxima de 7 a 8 de la noche, existiendo un segundo consumo máximo de 10 a 12 del medio día. Esta interpretación se obtiene a través del estimado y el análisis de la **figura 6**.

$$H(t) = \frac{1286.48}{2} + 120.45 \cos(t - 4.45) + 65.39 \cos(2t - 4.62) + 9.75 \cos(3t - 3.27) + 11.5 \cos(4t - 3.62)$$

**Figura 6**  
**Datos reales y estimados – Datos horarios**



Fuente: Elaboración Propia

Una vez finalizado el análisis espectral, se puede concluir que, en la serie temporal existen dos componentes cíclicos, uno correspondiente al día y otro a la semana. Los ciclos nos ayudan a comprender que existen demandas diferenciales entre día y noche y fines de semana y semana de trabajo.

A continuación procedemos estimar los parámetros para modelos lineales ARIMA (p,d,q) x SARIMA(P,D,Q).

El principio básico del modelado de series de tiempo es la construcción de un “filtro” lineal el cual genere, por un lado el modelo del patrón lineal y por otro ruido blanco.

Estos modelos tienen la forma:

$$\phi(B)\phi_s(B^s)\nabla^d\nabla_s^D z(t) = \theta(B)\theta_s(B^s)a(t)$$

Donde:

$\nabla_s^D = (1 - B^s)^D$  con  $s$  como periodo de variación estacional.

$z(t)$  ; es la serie modelada.

$a(t)$  ; es la secuencia de ruido blanco.

$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$  ; el polinomio autorregresivo.

$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q$  ; es el polinomio MA (moving average)

$B$  ; es el operador de rezago

$\phi$  y  $\theta$  ; son los parámetros de los modelos

$\nabla = 1 - B$  ; es el operador diferencia

La ventaja en estos modelos es que la estimación de parámetros es relativamente sencilla, su debilidad radica en la adaptabilidad. En general, el pronóstico realizado con este tipo de modelos es conservador porque tienden a la media de manera exponencial y evitan los valores extremos, que son en realidad los que se requiere predecir.

El modelo matemático diagnosticado, remplazando los parámetros estimados es el siguiente<sup>1</sup>

$$y_t = 0.04y_{t-1} - 1.025y_{t-12} + 0.39y_{t-13} - 0.13y_{t-24} + 0.0023y_{t-167} + 0.073y_{t-168} - 0.037\epsilon_{t-1} - 0.13\epsilon_{t-2} \\ - 0.036\epsilon_{t-3} - 0.064\epsilon_{t-5} - 0.064\epsilon_{t-6} - 0.04\epsilon_{t-9} - 0.03\epsilon_{t-10} - 0.03\epsilon_{t-22} - 0.36\epsilon_{t-24} + 0.25\epsilon_{t-168}$$

Las estimaciones se realizan con datos que poseen una desintegración de primer orden y otra de orden 24 estacional, la misma que se utilizó con base en la información del análisis espectral.

El modelo muestra básicamente el componente estacional, el cual se demuestra mediante los parámetros correspondientes al modelo SARIMA.

Luego de realizado el modelado lineal se pasa a buscar patrones no lineales, para lo que recurrimos a la prueba dada por Brock, la cual por su robustez es utilizada para detectar patrones de comportamientos no lineales.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.404118	0.019126	21.12914	0.0000
AR(12)	-1.024798	0.013235	-77.42967	0.0000
AR(13)	0.393548	0.018467	21.31047	0.0000
AR(24)	-0.132113	0.012534	-10.54063	0.0000
AR(167)	0.023032	0.003543	6.501150	0.0000
AR(168)	0.072787	0.007073	10.29150	0.0000
MA(1)	-0.037051	0.017895	-2.070441	0.0385
MA(2)	-0.130150	0.012788	-10.17727	0.0000
MA(3)	-0.035564	0.012669	-2.807152	0.0050
MA(5)	-0.064489	0.012452	-5.178915	0.0000
MA(6)	-0.064176	0.012459	-5.151050	0.0000
MA(9)	-0.040008	0.011981	-3.339257	0.0008
MA(10)	-0.032691	0.012221	-2.674968	0.0075
MA(22)	-0.029777	0.012141	-2.452617	0.0142
MA(24)	-0.364321	0.013953	-26.11054	0.0000
MA(168)	0.251298	0.012387	20.28726	0.0000
R-squared		0.958656	Mean dependent var	-0.026837
Adjusted R-squared		0.958533	S.D. dependent var	61.44531
S.E. of regression		12.51244	Akaike info criterion	7.894504
Sum squared resid		783902.0	Schwarz criterion	7.915279
Log likelihood		-19811.05	Durbin-Watson stat	1.992859

La prueba contrasta la hipótesis nula de independencia e idénticamente distribuidas para series de tiempo  $x(t)$ , mediante el uso de la correlación espacial. Para examinar esta correlación espacial, la serie de tiempo debe llevarse a un  $m$ -espacio y así poder construir el siguiente vector.

$$x^m(t) = [x(t), \dots, x(t - m + 1)]$$

$$t = 1, 2, \dots, T - m + 1$$

En este caso la transformación a diferentes espacios o dimensiones crea nuevos vectores en sus respectivas dimensiones. Así, esta transformación permite tomar datos de la serie temporal y transformarlos a un espacio dimensional superior. La motivación detrás de esto es examinar la correlación en un contexto hiperespacial.

La dependencia de  $\mathbf{x}(t)$  es examinada a través del concepto de correlación integral, una medida que examina las distancias entre puntos, mediante una transformación en una dimensión  $m$  dada para diferentes dimensiones.

Para cada una de las dimensiones de transformación  $m$  se elige un  $\epsilon$ , con cuyos datos la correlación integral queda definida por:

$$C(\epsilon, m, T) = [T_m(T_m - 1)]^{-1} \sum_{t \neq s} I[x^m(t), x^m(s); \epsilon]$$

donde:

$T_m = T - m + 1$ ,  $t$  y  $s$  tienen rango de 1 a  $T - m + 1$  en la sumatoria y son restringidos tal que  $t \neq s$ .

Los resultados de la aplicación de la prueba<sup>2</sup> muestran la existencia de patrones no lineales inmersos en el conjunto de datos, por lo cual se inicia el modelado no lineales ARMA – GARCH, para luego realizarlo mediante modelos de Redes Neuronales Artificiales.

Los modelos ARCH y GARCH, denominados así por su significado en inglés *Generalized Autoregressive Conditionally Heteroscedastic*, representan procesos con media condicional igual a cero. Sin embargo, también se puede considerar procesos dependientes de la media denominados ARMA-GARCH. En este tipo de modelos se puede considerar una simple regresión lineal con errores GARCH de la siguiente manera:

$$y_t = \omega y_{t-1} + \mu_t, \text{ donde } \mu_t \text{ es un GARCH}$$

O un modelo ARMA con errores GARCH expresado de la siguiente manera:

$$\phi(L)y_t = \theta(L)\mu_t, \text{ donde } \mu_t \text{ es un GARCH}$$

2	Dimension	BDS Statistic	Std. Error	z-Statistic	Prob.
2		0.038136	0.001464	26.04885	0.0000
3		0.065340	0.002328	28.06438	0.0000
4		0.077445	0.002775	27.90644	0.0000
5		0.080228	0.002896	27.70547	0.0000
6		0.080847	0.002796	28.91530	0.0000
Raw epsilon		13.95266			
Pairs within epsilon				17757145	V-statistic 0.703796
Triples within epsilon				6.93E+10	V-statistic 0.547204
Dimension	C(m,n)	c(m,n)	C(1,n-(m-1))	c(1,n-(m-1))	c(1,n-(m-1))^k
2	6723891.	0.533315	8871927.	0.703689	0.495179
3	5213826.	0.413707	8867669.	0.703632	0.348367
4	4062629.	0.322490	8863442.	0.703577	0.245045
5	3180464.	0.252565	8859178.	0.703519	0.172337
6	2543077.	0.202029	8854923.	0.703461	0.121183

Y donde un proceso GARCH se define como:

$$V(y_t|y_{t-1}) = \sigma_t^2 = c + \sum_{i=1}^q \alpha_i y_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Los parámetros estimados para el modelo, muestran que la dependencia es significativa sobre las varianzas rezagadas y que el modelo es diagnosticado de manera adecuada<sup>3</sup>.

Siguiendo con la metodología planteada, procedemos al modelado de Redes Neuronales Artificiales que conforman un componente del conjunto denominado *sistemas expertos*.

La red neuronal utilizada en el presente trabajo es del tipo **Perceptrón Multicapa**, debemos aclarar que no se utiliza la red neuronal de base radial por motivos de capacidad de inferencia y ajuste del mismo.

A continuación se muestra el proceso de construcción de los modelos de redes neuronales, el cual consta de las siguientes etapas:

- Normalización de datos
- Selección de variables de entrada.
- Estimación de los parámetros de los modelos

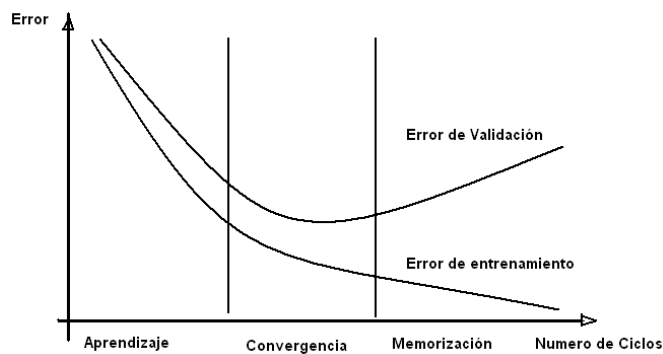
Las mencionadas etapas son exigidas por la metodología para un adecuado modelado y posterior capacidad de predicción.

La sección que a continuación se describe, debiera ubicarse luego del pronóstico, pero por razones de metodología la colocamos previa al pronóstico, para mostrar los parámetros estimados. Siendo la estimación resultado de un proceso de búsqueda del mínimo.

El mencionado mínimo resulta de la adecuada combinación de diferentes parámetros, este proceso es muy costoso computacionalmente, no obstante para su búsqueda se puede utilizar algoritmos genéticos. Este proceso se puede observar en la **figura 7**, en el cual se trata de lograr convergencia mediante la minimización tanto de errores de entrenamiento como de validación.

3				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Y2(-1)	0.245118	0.018213	13.45851	0.0000
Y2(-2)	-0.068700	0.023435	-2.931552	0.0034
Y2(-11)	-0.053469	0.011811	-4.527208	0.0000
Y2(-12)	-0.963281	0.003737	-257.7767	0.0000
Y2(-13)	0.258402	0.017795	14.52073	0.0000
Y2(-14)	-0.066065	0.021821	-3.027634	0.0025
Y2(-23)	-0.067217	0.011508	-5.841086	0.0000
AR(1)	0.104792	0.010642	9.847363	0.0000
AR(12)	-0.074338	0.008940	-8.315252	0.0000
AR(24)	0.100902	0.008011	12.59485	0.0000
AR(167)	0.100409	0.005741	17.48880	0.0000
AR(168)	0.635927	0.008999	70.66299	0.0000
MA(2)	-0.036464	0.015925	-2.289690	0.0220
MA(5)	-0.032032	0.009956	-3.217344	0.0013
MA(6)	-0.039780	0.010619	-3.746263	0.0002
MA(10)	-0.033155	0.009619	-3.446892	0.0006
MA(22)	-0.028756	0.007318	-3.929375	0.0001
MA(24)	-0.653716	0.010430	-62.67371	0.0000
MA(168)	-0.114909	0.008228	-13.96572	0.0000
Variance Equation				
C	3.311026	0.184472	17.94865	0.0000
RESID(-1)^2	0.118594	0.004841	24.49646	0.0000
GARCH(-1)	0.865122	0.004596	188.2165	0.0000
R-squared		0.961798	Mean dependent var	-0.024060
Adjusted R-squared		0.961637	S.D. dependent var	61.45771
S.E. of regression		12.03737	Akaike info criterion	7.441730
Sum squared resid		721303.2	Schwarz criterion	7.470406
Log likelihood		-18582.32	Durbin-Watson stat	2.089618

**Figura 7**  
**Búsqueda del mínimo en un diagrama de errores**



Fuente: Elaboración Propia

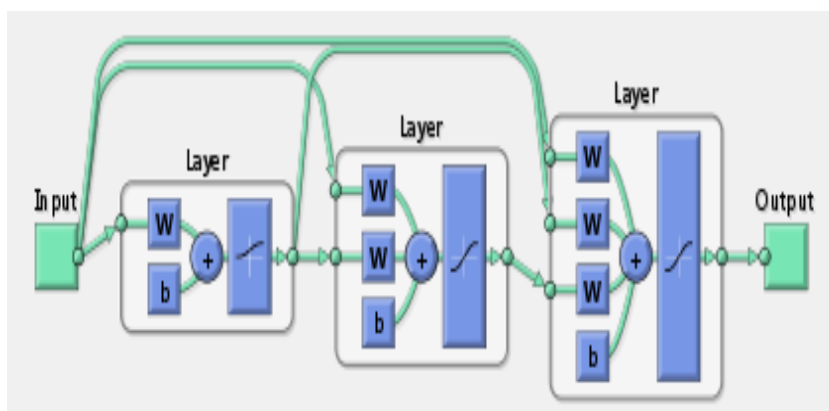
Los parámetros seleccionados se muestran en la **tabla 1** y en la **figura 8** la estructura utilizada para el modelo de pronóstico de demanda de potencial eléctrico.

**Tabla 1. Datos de parámetros para la red neuronal**

Descripción	Valores
Número de entradas N.	10
Número de salidas J.	1
Número de capas escondidas C.	2
Número de neuronas en cada capa. Ne.	19 y 7
Función de aprendizaje.	LM
Error objetivo	0.001
Tasa de aprendizaje	0.05
Número máximo de ciclos.	50
Horizonte de pronóstico*	93
Función de los neurodos de la capa oculta	Tansig, log
Función de salida	Purelin

\* El horizonte de pronóstico fue extremo esto con el fin de probar los modelos.

**Figura 8**  
**Estructura de la RNA para Pronóstico de Potencial**

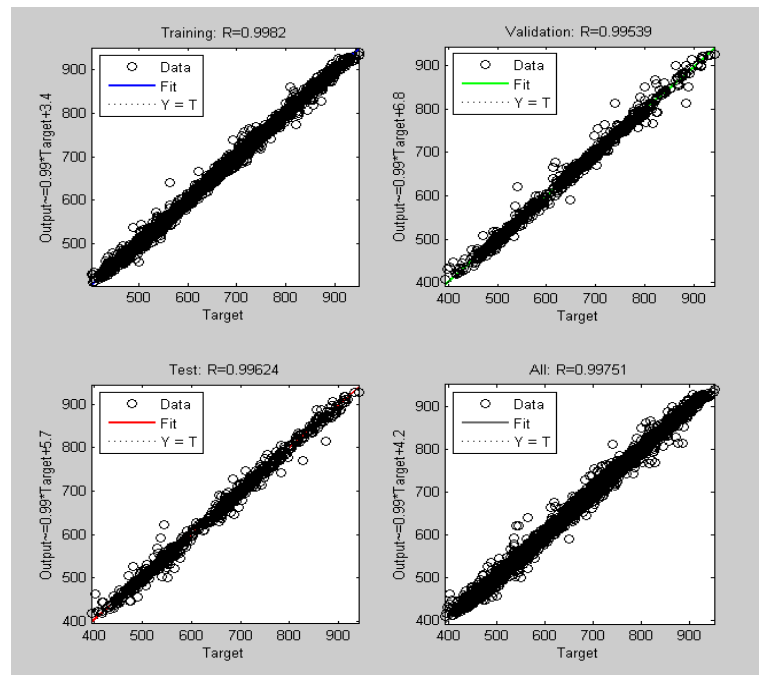


Fuente: Elaboración Propia

El último paso es poner la red neuronal optimizada en producción. Esto depende en gran medida del software que se utilice y el entorno en que se encuentran los datos, para el presente estudio se utilizó la herramienta de **MatLab**, referente a redes neuronales.

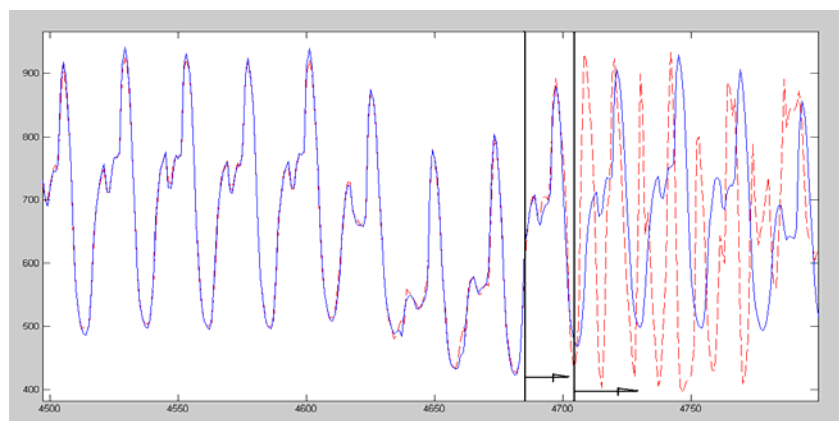
Así, se muestra a continuación en la **figura 9** el ajuste logrado por la red neuronal artificial, en las fases de entrenamiento (0.996), validación (0.995) y prueba (0.994).

**Figura 9**  
**Ajuste logrado por la RNA en las diferentes fases**



Fuente: Elaboración Propia

**Figura 10**  
**Resultados del Pronóstico de Demanda de Potencia**



Fuente: Elaboración Propia

El pronóstico generado por la red neuronal para estimar datos futuros se muestra en la **figura 10**, donde se puede apreciar que la proyección obtenida es muy próxima a los datos reales, esto se puede afirmar mediante los indicadores de MAE de 6 y MAPE de 0.0096<sup>4</sup>.

Se debe mencionar que la generalización de la red esta influenciada por tres factores:

- Tamaño y eficiencia del conjunto de aprendizaje
- La arquitectura de la red
- La complejidad del proceso evolutivo del fenómeno, en este caso, la demanda de potencia.

Utilizar un conjunto de aprendizaje pequeño no resulta, necesariamente, en una mejor capacidad de predicción, éste “*sobre aprendizaje*” hace que la red memorice detalles de la serie de tiempo, en lugar de aprender la relación esencial entre los datos de entrada y salida. Para asegurar la apropiada generalización de la red, el modelo matemático debe ser validado bajo condiciones extremas, esto se logra con un conjunto de datos que no hayan sido utilizados para el proceso de aprendizaje y son utilizados para la evaluación del modelo.

Con estas recomendaciones se finaliza el análisis y modelado de la presente investigación.

#### 4. Conclusiones

En el presente trabajo se estimaron básicamente cuatro modelos los mismos que no son mutuamente excluyentes sino, más bien, complementarios. Esta afirmación se la realiza porque cada modelo captura ciertas características de la serie en estudio, empero, la que mejores resultados muestra, dadas las características descritas de la serie, es el modelo matemático obtenido de entrenar una Red Neuronal Artificial. Este modelo tiene un ajuste del 99% y un MAE y MAPE menor a los otros modelos.

Desde la perspectiva económica se menciona que cualquier mejora en la disminución del error de pronóstico representa una mejora en el excedente del consumidor. El beneficio económico por la implementación de los modelos de redes neuronales artificiales en la predicción de la demanda de potencia eléctrica se presenta por la reducción de los costos incrementales generados por el error de pronóstico. Dichos costos adicionales se pueden producir en un primer escenario porque el pronóstico de la demanda de potencia sea superior al valor real, entonces el precio de generación de la potencia demandada es alto, porque, este se halla con base en el costo de la última unidad generada para compensar el pronóstico de la demanda. El segundo escenario en el cual el pronóstico de la demanda es menor o inferior a la demanda real implica la disminución en la calidad de prestación del servicio en un mercado regulado por un sistema de calidad-penalidad.

El despacho y la operación en tiempo real están concebidos con el objetivo de reducir el exceso o déficit de carga que ocurrirían por el error del pronóstico. Cuando durante el transcurso del día se observa que el pronóstico de la demanda de potencia para la hora  $h$  con la cual se programó el despacho económico puede ser significativamente más alto que la demanda real en la hora  $h$ , mediante la actividad del despacho se permite que las empresas distribuidoras adviertan al CNDC esta situación y se altere la programación inicial de despacho de carga. Mediante la operación en tiempo real se optimice la actividad operativa, de tal manera que la generación total de carga compense la demanda real. Si se aprecian

<sup>4</sup>  $MAE = \left( \frac{1}{N} \right) \sum_{i=1}^n |\hat{y}_i - y_i|$        $MAPE = \left( \frac{1}{n} \right) \sum_{i=1}^n \left| \frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i} \right|$

caídas en las tenciones locales porque el despacho de carga es inferior a la demanda real, el CNDC debe coordinar las actividades para que se aumente la producción de los generadores y se pueda despachar el déficit de carga. De esta forma se minimizan las pérdidas en cuanto a que la cantidad de potencia comprados corresponda a los que realmente se consumen.

Con respecto al precio, con base en lo anterior, se puede mencionar que a mayor exactitud y precisión en los pronósticos la industria eléctrica en Bolivia no se ve perjudicada por la disminución del costo unitario, reflejada en la tarifa, porque sus ingresos representados dentro del costo unitario por distribución y comercialización siguen siendo los mismos, sin embargo como comercializadora puede obtener una mejora en el bienestar porque al disminuir el costo unitario por prestación de servicio se supone un aumento en el consumo.



## Referencias

- Garcia, D. & Cabrera, A. 2003 Predicción de la Demanda Eléctrica de Corto Plazo Mediante Redes Neuronales Artificiales.
- Garcia, A. 2010 Introducción a la Regresión Armónica Dinámica, Análisis y predicción de la coyuntura económica.
- Gonzales, V. 2007 Un Modelo Spline para Pronóstico de la Demanda de Energía Eléctrica, Escuela de Ingeniería Industrial y Estadística, Facultad de Ingenierías, Universidad del Valle, Cali, Colombia
- Mallo, C. 2007 Predicción de la Demanda Eléctrica Horaria Mediante Redes Neuronales Artificiales, Departamento de Economía Cuantitativa. Universidad de Oviedo.
- Martinic, N. Gamma, 2008 Ray Astrophysics, Chacaltaya Cosmic Rays Observatory, Universidad Mayor de San Andres, La Paz, Bolivia
- MENDOZA, J. 2006 Pronóstico de Carga a Corto Plazo Utilizando Redes Neuronales Artificiales, Scientia Et Technica, Universidad Tecnológica de Pereira - Colombia
- Perez, S. & Garbati F. 2008 Modelo Matemático para la Demanda de Potencia.
- Mallo, C. 2008 Predicción de la Demanda Eléctrica Horaria Mediante Redes Neuronales Artificiales, Departamento de Economía Cuantitativa. Universidad de Oviedo.
- Sante, R. 2009 Transformada Rápida de Fourier, Dpto. de Economía Cuantitativa Universidad Complutense de Madrid
- Tabares, H. & Hernandez, J. 2008 Mapeo Curvas Típicas Demanda de Energía Eléctrica del Sector Residencial, Comercial e Industrial de la Ciudad de Medellín, Usando Redes Neuronales Artificiales y Algoritmos de Interpolación, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Facultad de Ingeniería, Universidad de Antioquia.
- Villada, F. & et. al. Pronóstico del Precio de la Energía Eléctrica Usando Redes Neuronales Artificiales, Grupo de Manejo Eficiente de la Energía – GIMEL, Universidad de Antioquia, A.A. 1226, Medellín, Colombia

Documentos legales – Estado Plurinacional de Bolivia

Ley de Electricidad N° 1604 de 21 de diciembre de 1994.

Aprobación de sus Reglamentos D.S. N° 24043 de 28 de junio de 1995.